

УДК 316.5

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МЕТАМАТЕРІАЛІВ**

І. В. Огірко, М. Ф. Ясінський, Л. М. Ясінська-Дамрі

*Українська академія друкарства  
вул. Підголоско, 19, Львів, 79020, Україна*

*Проведено дослідження нових перспективних матеріалів з незвичайними властивостями — метаматеріалів. Вивчено метаматеріал, який в електромагнетизмі є об'єктом, що набуває матеріальних властивостей передусім від своєї просторової структури замість того, щоб наслідувати їх безпосередньо від матеріалів, з яких він складений. Цей термін часто використовують, якщо отриманий матеріал має властивості, яких не мають природно сформовані речовини.*

**Ключові слова:** *метаматеріал, заломлення світла, електричне поле, магнітне поле.*

**Постановка проблеми.** Метаматеріали є багатонадійними з погляду різноманітних оптичних/мікрохвильових застосувань: вузькосмугові і широкосмугові фільтри, модулятори, суперлінзи, мікрохвильові відгалужувачі. Одним з різновидів метаматеріалів є середовища з негативним коефіцієнтом заломлення. Дані середовища [2–7] мають одночасно негативну та діелектричну проникність, і магнітну, що призводить до незвичайних ефектів: аномальної рефракції, реверсійного доплерівського зсуву, зворотного випромінювання Черенкова тощо. Такі середовища можна створити у вигляді дрібнодисперсної структури. Отож, актуальність теми полягає в тому, що дослідження властивостей одновимірних періодичних метаматеріалів [1–20] дасть можливість розробити на їх основі нові типи електронно-керованих приладів і пристроїв міліметрового та субміліметрового діапазонів довжин хвиль, а також поліпшити характеристики наявних приладів.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Перші праці в цьому напрямі належать ще до XIX століття. У 1898 р. Джагадіс Чандра Бозе провів перший мікрохвильовий експеримент з дослідження поляризаційних властивостей створених ним структур викривленої конфігурації [4–7]. У 1914 р. Ліндман впливав на штучні середовища, що являли собою безліч безладно орієнтованих маленьких провідів, скручених у спіраль і вкладених у фіксованому їх середовищі. У 1946–1948 рр. Уїнстон Е. Кок уперше створив мікрохвильові лінзи, використовуючи провідні сфери, диски і періодично розміщені металеві смужки, що фактично утворили штучне середовище зі специфічним за величиною ефективним індексом заломлення.

Перша експериментально продемонстрована суперлінза з негативним показником заломлення мала дозвіл утричі кращий від дифракційної межі. Експеримент проводили з мікрохвильовими частотами [8–15]. В оптичному діапазоні суперлінза була реалізована в 2005 р. [9–23]. Це була лінза, що не використовує негативну рефракцію, однак для посилення загасаючих хвиль застосовували тонкий шар срібла.

Останні досягнення у створенні суперлінз наведено в огляді [10–22]. Для створення суперлінзи застосовуються нанесені на підкладку шари срібла і фториду магнію, на яких потім нарізається нанорешітка. Внаслідок цього створювалася тривимірна композиційна структура з негативним показником заломлення в ближній інфрачервоній ділянці спектра [11–23]. В іншому випадку метаматеріал створювали за допомогою нанодротів, які електрохімічно вирощувалися на пористій поверхні оксиду алюмінію [12–20].

На початку 2007 р. було заявлено про створення метаматеріалу з негативним показником заломлення у видимій ділянці. У матеріалу показник заломлення на довжині хвилі 780 нм дорівнював  $-0.6$  [13–23].

**Мета статті** — на основі проведеного аналізу джерел та зіставлення результатів наукових досліджень різних авторів розробити подальші етапи вивчення метаматеріалів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Метаматеріал — загалом це композит, який має властивості, що не трапляються у природі, однак водночас має від’ємні діелектричну й магнітну проникність. Метаматеріали — це штучно сформовані, особливо структуровані середовища, які мають електромагнітні властивості, що виходять за межі властивостей компонентів, з яких вони складаються. Метаматеріали синтезують шляхом уведення в природний матеріал різних періодичних структур з найрізноманітнішими геометричними формами, які модифікують діелектричну і магнітну сприйнятливості матеріалу.

Метаматеріал — композиційний матеріал, властивості якого зумовлені не так ознаками складових його елементів, як штучно створеною періодичною структурою [2–9]. Вони являють собою штучно сформовані і особливо структуровані середовища, які мають електромагнітні або акустичні властивості, складно досяжні технологічно або взагалі не трапляються в природі [4–8]. Під такими властивостями слід розуміти особливі значення фізичних параметрів середовища, наприклад, негативні за величиною значення як діелектричної, так і магнітної проникності, просторову структурування (локалізацію) розподілу величин цих параметрів (зокрема, періодична зміна коефіцієнта заломлення як у фотонних кристалах), наявність можливості управління параметрами середовища через зовнішні впливи (метаматеріали з електрично керованою діелектричною та магнітною проникністю) тощо.

Префікс «мета» перекладається з грецької як «поза», а тому трактувати мемо термін «метаматеріали» як структури, ефективні електромагнітні властивості яких виходять за межі властивостей їх компонентів [4–7]. Метаматеріали синтезуються впровадженням у вихідний природний матеріал різних періодичних структур з найрізноманітнішими геометричними формами, які модифікують діелектричну « $\epsilon$ » і магнітну « $\mu$ » сприйнятливості вихідного матеріалу. Такі впровадження можна розглядати як штучно внесені у вихідний матеріал атоми надзвичайно великих розмірів. Розробник метаматеріалів при їх синтезуванні має можливість вибору різних вільних параметрів.

Ще одним різновидом метаматеріалів є фотонні кристали (ФК). Цим терміном позначається клас метаматеріалів, для яких характерні такі дві властивості: періодична модуляція діелектричної або магнітної проникності з періодом, порівняним з довжиною хвилі випромінювання; наявність дозволених і заборонених зон у спектрі пропускання кристала, яка пов'язана з його періодичністю. Залежно від розмірності періодичності розрізняють одновимірні, двовимірні і тривимірні ФК. Одновимірні ФК, що являють собою мультишарові структури з шарів різних матеріалів, які чергуються, є найбільш простими і зручними об'єктами для дослідження. Виготовлення ФК для міліметрового діапазону довжин хвиль, на відміну від ФК оптичного діапазону, спричиняє менше технологічних труднощів і потребує значно менших матеріальних витрат. Тому вважається за доцільне проводити дослідження властивостей метаматеріалів у міліметровому діапазоні довжин хвиль [2–15]. Результати цих досліджень можуть поширюватися на субміліметровий і оптичний діапазони довжин хвиль з урахуванням дисперсії матеріальних параметрів. Одним з найцікавіших напрямів є дослідження способів керування спектральними властивостями таких структур. Використання магнетиків, наприклад, феритів, у складі ФК (такі періодичні структури отримали назву магнітофотонні кристали — МФК) дає можливість керувати їх спектральними властивостями шляхом варіювання зовнішнього магнітного поля. Наявність зон пропускання/непропускання у спектрі МФК; поява резонансних піків пропускання в зоні непропускання ФК, обмеженого середовищем з негативною діелектричною або магнітною проникністю; перебудова положення зон непропускання і резонансних піків за допомогою магнітного поля; дослідження різних типів граничних середовищ для МФК; пошук областей прозорості у спектрі пропускання структур з негативними матеріальними параметрами «лівосторонніх середовищ» дасть можливість розробити ширококугові та вузькосмугові фільтри, атенюатори, резонатори, відгалужувачі, суперлінзи. Аналіз зонної структури ФК і положення частоти поверхневого колювання (ПК) на межі ФК дасть змогу розробити нові методики вимірювання матеріальних параметрів метаматеріалів. Метаматеріалом [1–15] вчені називають будь-який композиційний матеріал, властивості якого зумовлені штучно створеною структурою. Такі матеріали вже сьогодні як дослідні зразки застосовуються для виготовлення «плащів-невидимок» та інших виробів з незвичайними оптичними властивостями. За допомогою метаматеріалів вчені можуть створювати так звані суперлінзи. У них можна розгледіти частинки, які навіть менші від довжини інфрачервоних хвиль. Щодо сфери їх застосування, то, крім уже згаданих «плащів-невидимок», вони можуть бути використані для створення голограм, не відмінних від реальних фізичних об'єктів.

У природі існують середовища, які можуть демонструвати від'ємні значення діелектричної або магнітної проникностей за деяких умов і певного діапазону частот. Такі середовища будуть непрозорими для електромагнітного випромінювання в тому разі, якщо характерна товщина матеріалу буде більшою за товщину скін-шару.

Непрозорість можна пояснити за допомогою співвідношення для хвильового числа, вираженого через частоту  $\omega$ , швидкість поширення електромагнітної хвилі у вакуумі  $c$ , діелектричну  $\epsilon$  і магнітну  $\mu$  проникності:

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon\mu} .$$

Оскільки у цій формулі  $\epsilon$  або  $\mu$  від'ємні, то хвильовий вектор є формально уявним, що й означає загасання електромагнітних хвиль у такому середовищі. Серед штучних середовищ з від'ємним  $\epsilon$  однією з перших була описана система з тонких металевих провідників, які розташовані паралельно. Основні структури, що їх використовують для отримання негативного значення  $\mu$ , сьогодні складаються з тонких вкладених металевих циліндрів, рулонних структур типу «рулет», вкладених розрізаних кілець,  $\Omega$ -подібних і прямокутних рамок, подвійних кільцевих резонаторів тощо. Подвійний кільцевий резонатор — дуже вдала структура, в якій ємність між двома кільцями компенсується їх індуктивністю. Змінне магнітне поле з вектором напруженості, перпендикулярним поверхні кілець, спричиняє потоки, які залежно від резонансних властивостей структури породжують вторинне магнітне поле, котре підсилює початкове або протидіє йому, що приводить до додатних або від'ємних ефективних значень  $\mu$ .

У 1968 р. фізик Віктор Веселаго передбачив існування матеріалу з негативним показником заломлення [7–25]. Його припущення засновувалося на такому логічному прийомі: якщо зробити від'ємними діелектричну і магнітну проникність у формулах для хвильового числа і показника заломлення (ці величини є прямопропорційними), то це не приведе до уявних значень. Формула для показника заломлення:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} .$$

Оскільки результатом операції обчислення квадратного кореня є два числа з різними знаками, то Веселаго запропонував у випадку негативних значень  $\epsilon$  і  $\mu$  брати від'ємні значення показника заломлення і хвильового числа.

Хоча теоретичне дослідження деяких характерних для метаматеріалів явищ можна знайти ще в наукових працях початку ХХ ст., але активні експериментальні дослідження розпочалися лише наприкінці минулого сторіччя. Перший матеріал з негативним значенням показника заломлення отримала 2000 р. наукова група Девіда Сміта з Каліфорнійського університету (Сан-Дієго, США) [2–7].

Варто зазначити, що для отримання негативного значення показника заломлення потрібно поєднати дві запропоновані вище періодичні системи, які забезпечуватимуть  $\epsilon < 0$  і  $\mu < 0$  кожна окремо. Вважається, що електрична і магнітна сприйнятливості результуючого середовища є суперпозицією електричної і магнітної сприйнятливості зазначених ізольованих систем. Оскільки елементи обох систем розміщуються дуже близько в метаматеріалі, вони можуть взаємодіяти між собою. Системи, що забезпечують негативні питому провідність і проникність, потрібно розмістити так, щоб взаємодія між їх елементами через їх квазістатичні поля була мінімізована. У системі металевих провідників і подвійних кільцевих резонаторів це забезпечується так: магніт-

ний потік, створений дротом на його найближчому подвійному кільцевому резонаторі, зникає, так що на індуктивність дроту не впливає резонатор. Отже, якщо виконується умова мінімізації квазістатичної взаємодії між полями складових метаструктури, то можна застосувати принцип суперпозиції і здійснювати розрахунок для кожної періодичної структури окремо.

У метаматеріалах наявне негативне променезаломлення. Для виконання закону Снеліуса метаматеріали є дисперсійними середовищами. Цей факт випливає з того, що густина електромагнітної енергії не може бути від'ємною.

Густина електромагнітної енергії в середовищі без дисперсії:

$$W = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2),$$

де  $E$  — напруженість електричного поля;  $H$  — напруженість магнітного поля.

Однак оскільки  $\varepsilon$  і  $\mu$  від'ємні, то і густина енергії негативна, що вважається неправильним.

Густина електромагнітної енергії в середовищі з дисперсією:

$$W = \frac{1}{2} \left( \frac{d\varepsilon(\omega)\omega}{d\omega} E^2 + \frac{d\mu(\omega)\omega}{d\omega} H^2 \right).$$

Звичайно, зазначені вище похідні мають бути додатними.

*Зворотні хвилі.* Хвильовий вектор і вектор Умова-Пойнтінга спрямовані в протилежні сторони. Водночас вектори фазової і групової швидкостей мають протилежні знаки.

*Обернений ефект Доплера.* Якщо записати зсув частоти при ефекті Доплера так:

$$\Delta\omega = \omega_0 \frac{nv}{c},$$

то видно, що він пропорційний показнику заломлення, який у метаматеріалах від'ємний.

*Негативне зміщення Гуса-Хенхена.* Сам ефект полягає в поперечному зсуві лінійно поляризованого хвильового пучка на границі двох середовищ при повному внутрішньому відбитті.

Слід виокремити декілька прикладів використання у процесі конструювання електрично малих антен (ЕМА):

- для виготовлення підкладок у друкованих антенах для досягнення широкосмуговості і зменшення розмірів випромінювачів ( $\mu$ -негативні та бінегативні матеріали);
- компенсація реактивності ЕМА в широкій смузі частот ( $\varepsilon$ -негативні та бінегативні матеріали);
- формування вузьких пучків елементарними випромінювачами, що занурені в  $\varepsilon$ -негативні або бінегативні матеріали;
- $\varepsilon$ -негативні метаматеріали вже встигли себе зарекомендувати при моделюванні плазми;
- $\mu$ -негативні матеріали застосовуються для маскування об'єктів, створення загороджувальних фільтрів з частотними характеристиками, що близькі до ідеальних, та з широкими можливостями для їх перебудови.

Бінегативні метаматеріали в оптичному діапазоні можуть дати змогу подолати дифракційну межу розділення звичайної оптики, що поліпшить якість отриманого зображення через підсилення ближніх (неоднорідних) хвиль, які відповідають за перенесення інформації про деталі, розміри яких значно менші за довжину хвилі.

Одна з можливих властивостей метаматеріалів — негативний коефіцієнт заломлення, який проявляється при одночасній заперечності діелектричної та магнітної проникності.

Рівняння поширення електромагнітних хвиль в ізотропному середовищі має вигляд:

$$k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 n^2 = 0, \quad (1)$$

де  $k^2$  — хвильовий вектор,  $\omega$  — частота хвилі,  $c$  — швидкість світла,  $n^2 = \varepsilon\mu$  — квадрат показника заломлення. З цих рівнянь випливає, що одночасна зміна знаків у діелектричній  $\varepsilon$  та магнітній  $\mu$  сприйнятливості середовища жодним чином не позначиться на цих співвідношеннях.

Рівняння (1) отримано на основі теорії Максвелла. Для середовищ, у яких діелектрична  $\varepsilon$  і магнітна  $\mu$  сприйнятливості середовища одночасно позитивні, три вектори електромагнітного поля — електричний  $\vec{E}$ , магнітний  $\vec{H}$  і хвильовий  $\vec{k}$  утворюють систему правих векторів:

$$\begin{aligned} [\vec{k} \cdot \vec{E}] &= \left(\frac{\omega}{c}\right) \mu \vec{H}, \\ [\vec{k} \cdot \vec{H}] &= -\left(\frac{\omega}{c}\right) \varepsilon \vec{E}. \end{aligned}$$

Такі середовища, відповідно, називають «правими».

Середовища, в яких  $\varepsilon$ ,  $\mu$  — одночасно негативні, називають «лівими». У таких середовищах електричний  $\vec{E}$ , магнітний  $\vec{H}$  і хвильовий вектор  $\vec{k}$  утворюють систему лівих векторів.

В англомовних джерелах описані матеріали називають RHM (праві) і LHM (ліві) відповідно.

*Перенесення енергії правою і лівою хвилями.* Потік енергії, яку переносять хвилю, визначається вектором Пойнтінга  $\vec{S}$ , що дорівнює

$$\vec{S} = \left(\frac{c}{4\pi}\right) [\vec{E} \vec{H}].$$

Вектор завжди утворює з векторами  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  праву трійку. Так, для правих речовин  $\vec{S}$  і  $\vec{k}$  спрямовані в одну сторону, а для лівих — у різні. Оскільки вектор  $\vec{k}$  збігається за напрямком з фазовою швидкістю, то ліві речовини є речовинами з так званою негативною фазовою швидкістю. Інакше кажучи, в лівих речовинах фазова швидкість протилежна потоку енергії. У таких речовинах, наприклад, спостерігається звернений доплер-ефект.

Існування негативного показника середовища можливе за наявності частотної дисперсії. Якщо одночасно  $\varepsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ , то енергія хвилі  $W = \varepsilon E^2 + \mu H^2$  буде негативною (!). Єдиною можливістю уникнути цієї суперечності буде наявність у середовища частотної дисперсії  $\frac{d\varepsilon}{d\omega}$  і  $\frac{d\mu}{d\omega}$ .

Джон Пендрі [1–5] і його колеги стверджують, що в матеріалах з негативним показником заломлення можна подолати дифракційну межу дозволу звичайної оптики. У правому середовищі простір зображень лінзи нетотожний самому предмету, оскільки воно формується без загасаючих хвиль. У лівому середовищі загасаючі хвилі не загасають, навіть навпаки — їх амплітуда збільшується при видаленні хвилі від предмета, тому зображення формується за участю загасаючих хвиль, що може дати змогу отримувати зображення з кращим, ніж дифракційна межа, дозволом.

Значно зростає інтерес до використання метаматеріалів у радіотехнічних додатках і, зокрема, в антенній техніці. Основні галузі їх застосування [3–14]: виготовлення підкладок і випромінювачів в антенах.

Здебільшого вивчення матеріалів з негативним коефіцієнтом заломлення починається з праці фізика Віктора Веселаго, опублікованої у журналі «Успіхи фізичних наук» за 1968 рік. У статті розповідалося про можливість існування матеріалу з негативним коефіцієнтом заломлення, який був названий «лівостороннім». Автор дійшов висновку, що з таким матеріалом майже всі відомі оптичні явища поширення хвиль істотно змінюються, хоча в той час матеріали з негативним коефіцієнтом заломлення ще не були відомі.

**Висновки.** Останнім часом проводять інтенсивні дослідження явищ, пов'язаних з негативним коефіцієнтом заломлення. Причиною інтенсифікації цих досліджень стала поява нового класу штучно модифікованих матеріалів з особливою структурою, які називаються метаматеріалами. Електромагнітні властивості метаматеріалів визначаються елементами їх внутрішньої структури, розміщеними за заданою схемою на мікроскопічному рівні. Тому властивості цих матеріалів можна змінювати так, щоб вони мали ширший діапазон електромагнітних характеристик, зокрема негативний коефіцієнт заломлення. Веселаго передбачив, що певні оптичні явища будуть зовсім іншими в матеріалах з негативним коефіцієнтом заломлення, а саме слід виокремити рефракцію — відхилення електромагнітної хвилі при проходженні кордону розділу двох середовищ. У нормальних умовах хвиля з'являється на протилежній стороні лінії, що проходить перпендикулярно цьому кордону. Також особливою властивістю метаматеріалів є сильна дисперсія.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Управление частотой Таммовского СВЧ-состояния / [М. К. Ходзицкий, Д. П. Белозоров, С. В. Черновцев, С. И. Тарапов и др.] // Физика твердого тела. — 2010. — Т. 52, №7. — С. 1332–1335.
2. Khodzitskiy M. K. Tamm states in magnetophotonic crystals and permittivity of the wire medium / M. K. Khodzitskiy, D. P. Belozorov, S. I. Tarapov // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2009. — Vol. 42, №5. — P. 055003.
3. Khodzitskiy M. K. Stop bands in magneto-photonic crystal in millimeter waveband / M. K. Khodzitskiy // Радиофизика и электроника. — Харьков, 2009. — Т. 14, №2. — С. 177–182.
4. Особенности Таммовских состояний в магнитофотонных кристаллах в сверх-высокочастотном диапазоне / [М. К. Ходзицкий, Д. П. Белозоров, С. И. Тарапов, А. М. Мерзликин и др.] // Материаловедение — 2009. — Т. 5. — С. 22–25.

5. Khodzitskiy M. K. Transmission of electromagnetic waves in a magnetic fine-stratified structure / M. K. Khodzitskiy, A. A. Bulgakov, A. A. Girich, O. V. Shramkova, S. I. Tarapov // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2009. — Vol. 26, №12. — P. 156–160.
6. Left-handed behavior of strontium-doped lanthanum manganite in the millimeter waveband / M. K. Khodzitskiy, S. I. Tarapov, T. V. Kalmykova, D. P. Belozorov etc. // *Applied Physics Letters.* — 2009. — Vol. 95, №8. — P. 082903.
7. Left-handed properties of metal-ferrite composites placed into waveguide in millimetric wave range / M. K. Khodzitskiy, A. A. Kharchenko, A. V. Strashevskiy, S. I. Tarapov // *Telecommunications and Radioengineering.* — 2009. — Vol. 68, №7. — P. 561–566.
8. Abnormal magnetic properties of granular Co-SiO<sub>2</sub>/GaAs nanostructures at the percolation threshold region / M. K. Khodzitskiy, T. V. Bagmut, I. G. Shipkova, L. V. Lutsev etc. // *Telecommunications and Radioengineering.* — 2009. — Vol. 68, №7. — P. 607–620.
9. Electron Spin Resonance properties of semiconductor/granular film heterostructures with cobalt nanoparticles in millimeter waveband / M. Khodzitskiy, L. Lutsev, S. Tarapov, A. Stognij etc. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2008. — Vol. 320, №5. — P. L37–L41.
10. Багмут Т. В. Магниторезонансные и магнитоимпедансные свойства нанокompозитов со спин-зависимым туннельным магнитосопротивлением / Т. В. Багмут, М. К. Ходзицкий, С. В. Недух // *Радиофизика и электроника.* — 2005. — Т.10, №2. — С. 276–280.
11. Khodzitskiy M. K. Investigation of ESR and GMI effects in magnetic structures using Smith Chart / M. K. Khodzitskiy, A.A. Girich, S.I. Tarapov // *Telecommunications and Radioengineering.* — 2007. — Vol. 66, №19. — P. 1735–1746.
12. Khodzitskiy M. K. Origins of giant magnetic impedance effect in magnetic nanostructures in millimeter waveband / M. K. Khodzitskiy, S. V. Nedukh, S. I. Tarapov // *Telecommunications and Radioengineering.* — 2006. — Vol. 65, №14. — P. 1285–1291.
13. Ходзицкий М. К. Программно-аппаратный комплекс для измерения СВЧ - свойств магнитных структур / М. К. Ходзицкий, А. А. Гирич, С. И. Тарапов // *Вісник Сумського державного університету.* — 2006. — Т. 10, №94. — С. 91–96.
14. Прецизионный контроль частоты в ЭПР-спектрометре миллиметрового диапазона / [А. В. Варавин, Г. П. Ермак, С. В. Недух, П. И. Познахирев и др.] // *Радиофизика и электроника.* — 2006. — Т. 11, №3. — С. 451–455.
15. Surface waves on the interface of magneto-photonic crystal and semiconductor / M. K. Khodzitskiy, O. V. Kostilyova, A. A. Girich, O. V. Shramkova etc. // *3rd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics: int. conf., 30 August – 4 September 2010: conf. proc.* — London, 2009. — P. 230–232.
16. Khodzitskiy M. K. Stop-bands in magneto-photonic crystal and surface states in the photonic crystal/magnetic layer in millimeter waveband / M. K. Khodzitskiy // *International Conference «Days on Diffraction»: int. conf., 26-29 May 2009: conf. proc.* — St. Petersburg, 2009. — P. 118–119.
17. Khodzitskiy M. K. Spectra for 1D magneto-photonic crystal with tri-layer cell interfaced with metallic structures at microwave band / M. K. Khodzitskiy, S. I. Tarapov // *12th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic theory: int. conf., 29 June – 02 July 2008: conf. proc.* — Odessa, 2008. — P. 524–526.
18. Parametrically controlled Tamm states of 1D magnetophotonic crystal in microwaves / M. Khodzitskiy, S. Tarapov, S. Chernovtsev, D. Belosorov // *4-th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers: int. conf., 29 September – 4 October 2008 : conf. proc.* — Alushta, 2008. — P. 174–176.



19. Khodzitskiy M. K. Experimental investigation of left-handed medium properties of semiconductor-ferrite composite in millimetre waveband / M. K. Khodzitskiy, A. A. Girich, S. I. Tarapov // 3rd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics: int. conf., 30 August – 4 September 2010 : conf. proc. — London, 2009. — P. 590–592.
20. Amplification of intensity of Tamm peak on the boundary LHM/photonic crystal / M. K. Khodzitskiy, T. V. Kalmykova, S. I. Tarapov, D. P. Belozorov etc. // 3rd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics: int. conf., 30 August – 4 September 2010: conf. proc. — London, 2009. — P. 647–649.
21. Ходзицкий М. К. Влияние толщины гранулированной пленки на ЭСР спектр магнитной наноструктуры / М. К. Ходзицкий // Конференция молодых ученых «Физика низких температур»: тезисы докл. — Харьков, 2008. — С. 136.
22. Ходзицкий М. К. Методика исследования ферромагнитного резонанса с помощью поверхностных колебаний в фотонном кристалле в СВЧ диапазоне / М. К. Ходзицкий // 2-я Всеукраинская конференция молодых ученых «Физика низких температур»: конф., 1 – 5 июня 2009: тезисы докл. — Харьков, 2009. — С. 71.
23. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  / В. Г. Веселаго // УФН. — 1967. — Т. 92, № 7. — С. 517.
24. Веселаго В. Г. О формулировке принципа Ферма для света, распространяющегося в веществах с отрицательным преломлением. / В. Г. Веселаго // УФН. — 2002. — Т. 172, № 10. — С. 1215.
25. Веселаго В. Г. Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления (Сессия 26.03.03) / В. Г. Веселаго // УФН. — 2003. — Т. 173, № 7. — С. 790.

## MATHEMATICAL MODELS OF METAMATERIALS

I. V. Ohirko, M. F. Yasinskyi, L. M. Yasinska-Damri

*Ukrainian Academy of Printing,  
19, Pidholosko St., Lviv, 79020, Ukraine*

*The research of new perspective materials with unusual properties – metamaterials has been done. The metamaterial has been studied, being an object in electromagnetism, acquiring its material properties foremost from the spatial structure instead of succeeding them directly from materials which it is made from. This term is often used, when the obtained material has the characteristics, which do not have the naturally formed substances.*

**Keywords:** *metamaterial, refraction of light, electric field, magnetic field.*

*Стаття надійшла до редакції 15.09.2015.*