

УДК 655.533

## ТЕОРЕТИЧНІ І ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ МУАРОУТВОРЕННЯ В РАСТРОВОМУ ДРУКАРСЬКОМУ ПРОЦЕСІ

Р. Т. Бухта, І. В. Барановський

*Українська академія друкарства,  
вул. Під Голоском, 19, Львів, 79020, Україна*

*Синтез растрового кольорового зображення супроводжується утворенням муару — своєрідного регулярного періодичного візерунка низької частоти, який знижує якість передачі кольору, тональності і дрібних деталей. Причина виникнення муару криється у взаємодії структур високочастотної дискретизації зображення, внаслідок чого виникають низькочастотні структури, які сприймаються зором як негативний ефект. Теоретичні аспекти утворення муару пояснюються суперпозицією екранів, використовуючи просторово-спектральну модель, яка заснована на аналізі Фур'є. Аналітичні розрахунки здійснено із застосуванням програмного комплексу MatLab.*

***Ключові слова:** ефект муару, мінімізація муару, кольоровий друк, просторово-спектральний аналіз, аналіз Фур'є.*

**Постановка проблеми.** Синтез растрового кольорового зображення супроводжується утворенням муару — своєрідного регулярного періодичного візерунка низької частоти, який знижує якість передачі кольору, тональності і дрібних деталей. Приклади утворення муарової картини при накладанні двох точкових растрових зображень однакової частоти при різних кутах їхньої взаємної орієнтації подані на рис. 1.

Різні аспекти утворення і усунення муару висвітлені у працях вітчизняних і зарубіжних вчених [1–11]. Найбільш ефективною основою для дослідження ефекту муару є спектральний метод Фур'є, який дає змогу виконати кількісний аналіз профілів інтенсивності муару на додаток до якісного геометричного аналізу візерунків муару і дає змогу пояснити дивовижні форми профілю муарових малюнків, що генеруються при суперпозиції растрових екранів з будь-якою бажаною формою точок. За допомогою методу і здійснено поетапні кроки для зменшення помітності муару між накладеними шарами.

**Мета статті** — аналіз причини виникнення і дослідження засобів мінімізації візуального сприйняття муарового зображення у процесі підготовки до друку і друкування растрової кольорової автотипної репродукції.

**Найголовнішими завданнями дослідження є розрахунок** залежності частоти найінтенсивніших муар утворюючих складових просторового спектра Фур'є залежно від кута і співвідношення частот між суміщеними двомірними періодичними растровими шарами та розробка методики моделювання просторово-спектральних

складових суміщених растрових шарів із застосуванням програмного комплексу MatLab Simulink (The MathWorks, Inc. США).

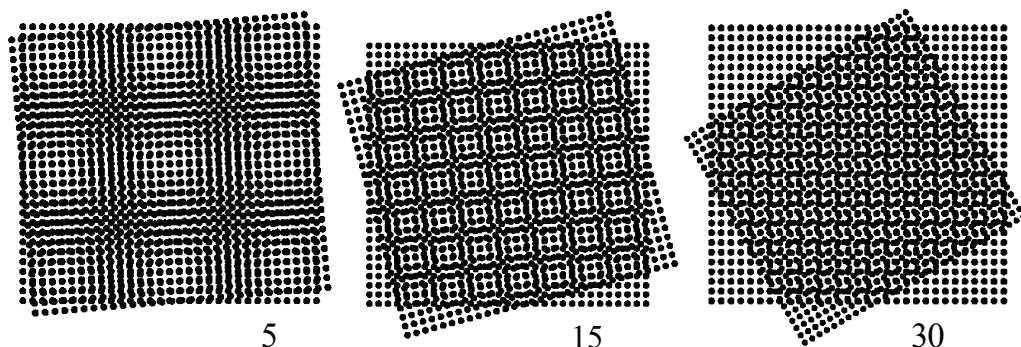


Рис. 1. Картини утворення муару при накладанні двох точкових растрових зображень однакової частоти при різних кутах їхньої взаємної орієнтації

**Теоретичні аспекти виникнення муару.** Розглянемо картину накладання двох растрових структур одна на одну (рис. 2). Допустимо, що лінії точок першого растра збігаються з напрямком осей координат  $OX$  і  $OY$ , а другого — повернені на кут  $\alpha$  до цих напрямків.

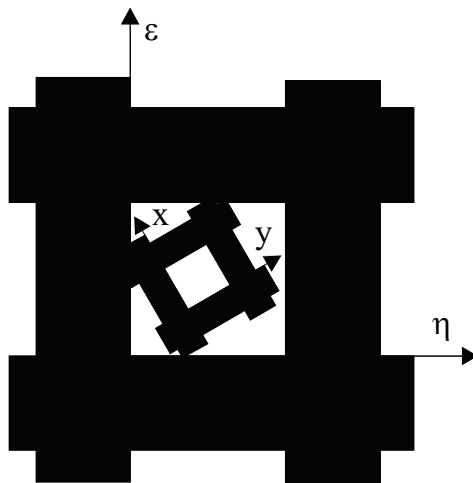


Рис. 2. Схема взаємного розміщення періодичних структур по відношенню до осей координат

Коефіцієнти пропускання світла під час проходження через такі структури пов'язані між собою у вигляді

$$t(x,y) = t_1(x,y) t_2(x,y).$$

Розподіл коефіцієнтів пропускання першого растра можна записати у вигляді математичної операції згортки функції, що описує зміну цього коефіцієнта по елементарній комірці растра з імпульсною функцією

$$t_1(x,y)=P_a(x) P_b(y) \otimes \otimes \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \delta(x - m x_1) \delta(y - n y_1),$$

де  $a$  і  $b$  — розміри прозорої комірки растрового елемента;  $x_1$  та  $y_1$  — періоди растра вздовж осей  $OX$  та  $OY$ ;  $P_a(x)$  і  $P_b(y)$  — одинично-нульові функції, при чому

$$P_a(x)= \begin{cases} 1, & \text{при } |x| \leq a; \\ 0, & \text{при } |x| > a, \end{cases} \quad P_b(y)= \begin{cases} 1, & \text{при } |y| \leq b; \\ 0, & \text{при } |y| > b. \end{cases}$$

Функції  $\delta(x - m x_1)$  та  $\delta(y - n y_1)$  — дельта-функції Дірака.

У системі координат з осями, паралельними лініям другої растрової сітки, коефіцієнт пропускання дорівнює:

$$t_2(\varepsilon,\eta)=P_\alpha(\varepsilon) P_\beta(\eta) \otimes \otimes \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \delta(\varepsilon - k \varepsilon_1) \delta(\eta - l \eta_1),$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  — розміри елементарних комірок растрового елемента, які відкриті для проходження світла;  $\varepsilon_1$  та  $\eta_1$  — періоди растра вздовж осей  $O\varepsilon$  і  $O\eta$ . Перехід від однієї системи координат до другої здійснюється за формулою:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \hat{T}^{-1} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \eta \end{pmatrix},$$

де  $\hat{T}^{-1}$  — матриця, що описує повертання осей координат:

$$\hat{T}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Дії множення функцій в координатній площині відповідає згортка їх Фур'є-образів в частотних координатах, тобто

$$\hat{F}[t(x,y)] = \hat{F}[t_1(x,y)] \otimes \otimes \hat{F}[t_2(x,y)],$$

де  $\hat{F}[t(x,y)]$  — оператор перетворення Фур'є над функцією у квадратних дужках.

Фур'є-образ функції коефіцієнта пропускання першого растра можна записати так:

$$T_1(u,v)=\hat{F}[t_1(x,y)] = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn} \delta(u - m u_1) \delta(v - n v_1),$$

де  $u_1 = \frac{2\pi}{x_1}$ ;  $v_1 = \frac{2\pi}{y_1}$  — кругові просторові частоти вздовж взаємно перпендикулярних напрямків;  $d_{mn}$  — потужності спектральних компонент, причому

$$d_{mn} = \text{absinc} \frac{\pi m a}{x_1} \text{sinc} \frac{\pi n b}{y_1}, \quad \text{sinc} cx = \frac{\sin cx}{x}.$$

Для знаходження Фур'є-образу функції коефіцієнта пропускання другого растрового зображення використано метод асиметрично-періодичної функції. У результаті одержано такий вираз:

$$T_2(u,v)=\hat{F}[t_2(x,y)] = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} d_{kl} \delta(u - k u_1 - l u_2) \delta(v - k v_1 - l v_2),$$

де  $u_1, u_2$  і  $v_1, v_2$  — компоненти матричного рівняння

$$\begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix} = 2\pi \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{-1} & 0 \\ 0 & \eta_1^{-1} \end{pmatrix} \hat{T}^{-1}.$$

Потужності спектральних компонентів інваріантні відносно повороту осей координат і у випадку елементів прямокутної форми визначаються за формулою:

$$d_{kl} = \alpha\beta \operatorname{sinc} \frac{\pi k\alpha}{\varepsilon_1} \operatorname{sinc} \frac{\pi l\beta}{\eta_1}.$$

Підставляючи ці вирази, одержимо:

$$T(u,v) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} d_{kl} d_{mn} \delta(u - m u_1) \delta(v - n v_1) \otimes \otimes \otimes \delta(u - k u_1 - l u_2) \delta(v - k v_1 - l v_2).$$

Проводячи операцію згортання дельта-функцій, в кінцевому результаті маємо:

$$T(u,v) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} d_{kl} d_{mn} \delta \left[ u - 2\pi \left( \frac{m}{x_1} + \frac{k \cos \varphi}{\varepsilon_1} - \frac{l \sin \varphi}{\eta_1} \right) \right] \times \\ \times \delta \left[ v - 2\pi \left( \frac{n}{y_1} + \frac{k \sin \varphi}{\varepsilon_1} + \frac{l \cos \varphi}{\eta_1} \right) \right].$$

Цей вираз означає, що в частотному просторі виникає дискретний набір точок  $w_{nmkl}(u_{mkl}, v_{nkl})$  з координатами

$$u = 2\pi \left( \frac{m}{x_1} + \frac{k \cos \varphi}{\varepsilon_1} - \frac{l \sin \varphi}{\eta_1} \right); \\ v = 2\pi \left( \frac{n}{y_1} + \frac{k \sin \varphi}{\varepsilon_1} + \frac{l \cos \varphi}{\eta_1} \right).$$

Звідси випливає такий закон формування сумарного спектра двох накладених одна на одну періодичних структур (рис. 3). Кожна із частот першої структури є вторинним центром, на якому повторюється спектр другої. Муар утворюючими є ті частоти вторинного спектра, що за своїм значенням менші взаємодіючих частот (зокрема, частоти растра).

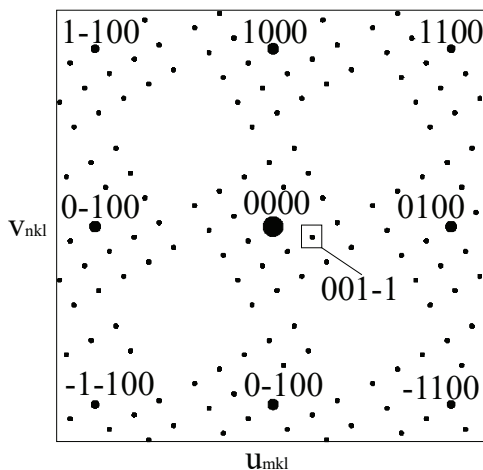


Рис. 3. Схематичне розміщення складових частот просторового спектра коефіцієнта відбивання світла від структури, утвореної накладанням під кутом одна до одної двох періодичних решіток з різною частотою

У матричній формі це можна записати так:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = 2\pi \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{m}}{x_1} \\ \frac{\mathbf{n}}{y_1} \end{pmatrix} + \hat{T}(\varphi) \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{k}}{\varepsilon_1} \\ \frac{\mathbf{l}}{\eta_1} \end{pmatrix}.$$

Зауважимо, що ця формула легко узагальнюється на будь-яку кількість структур, що накладаються одна на другу. У випадку  $N$  структур ця залежність має вигляд:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = 2\pi \sum_{s=1}^N \hat{T}(\varphi_s) \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{m}_s}{x_s} \\ \frac{\mathbf{n}_s}{y_s} \end{pmatrix}.$$

Кругову частоту зміни функції коефіцієнта пропускання світла на площині зображення  $\omega_{mkl}$  і кут орієнтації періодичної структури муару по відношенню до осі  $OX$  можна визначити за відомими складовими  $u_{mkl}$  та  $v_{mkl}$ , використовуючи формули:

$$\omega_{mkl} = \sqrt{u_{mkl}^2 + v_{mkl}^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{v_{mkl}}{u_{mkl}}.$$

Одержані результати дають змогу обумовити оптимальний вибір кутів між растровими структурами для різних типів багатофарбового друку.

Використаємо одержані формули для координат Фур'є-компонентів на прикладі знаходження періоду і орієнтації муару в різних практично важливих випадках.

Приклад 1. Розглянемо муар, утворений двома лінійними растрами з однаковими періодами  $x_1 = \varepsilon_1$ , які орієнтовані під кутом  $\varphi$  один до одного. Вважаючи, що  $y_1 = \eta_1 = \infty$ , для найбільш інтенсивного муару при  $m = 1, n = 0, k = -1, l = 0$ , одержимо такі вирази для частоти та періоду:

$$\omega = \frac{2\pi}{x_1} \sqrt{(1 - \cos \varphi)^2 + \sin^2 \varphi}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{x_1}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Цей результат одержано на основі чисто формальних розрахунків за спектральною моделлю і збігається з тим, що впливає з виділення муар утворюючих напрямків шляхом геометричних спостережень [11].

Приклад 2. Розглянемо тепер накладання двох двовірних періодичних структур однакової частоти. Тоді  $x_1 = y_1 = \xi_1 = \eta_1$ , а основні муар утворюючі частоти виражаються такими виразами, залежно від кута між ними:

$$\omega_{10-10} = \frac{4\pi}{T_p \sin \frac{\varphi}{2}}; \quad \omega_{11-10} = \frac{2\pi}{T_p} \sqrt{3 - 2(\cos \varphi + \sin \varphi)}; \quad \omega_{120-2} = \frac{2\pi}{T_p} \sqrt{9 + 4 \sin \varphi - 8 \cos \varphi}.$$

Їх розгортка в межах зміни кута від  $0$  до  $180^\circ$  подана на рис. 4. Найпомітніший муар виникає на частотних компонентах типу  $\omega_{10-10}$  при кутах між растровими структурами близьких до нуля. При збільшенні цього кута до  $45^\circ$  період муарової

картини досягає максимуму і вона стає найменш помітною. Цікаво, що частотна компонента  $\omega_{11-10}$  при такому положенні досягає мінімуму і може також спричиняти помітний муар. Цим пояснюється той факт, що при повторному растріванні уже растрованих зображень та друкуванні з застосуванням двох фарб складові зображення трохи зміщують в ту чи іншу сторону від цієї орієнтації.

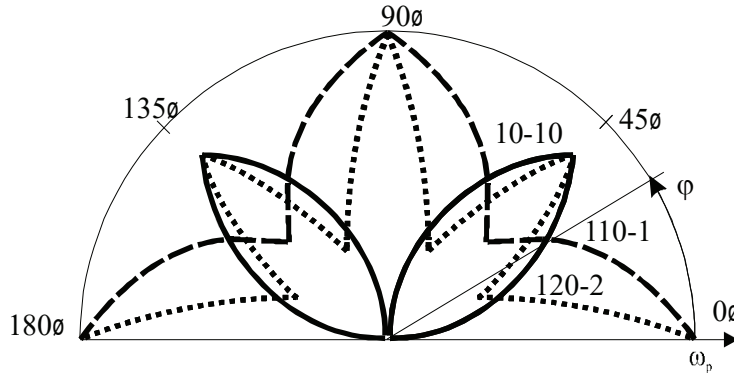


Рис. 4. Залежність частоти муар утворюючих компонентів Фур'є у спектрі зображення, одержаного в результаті накладання двох двовірних рівно періодичних структур, від кута між ними, виражена у полярних координатах

Приклад 3. Розглянемо випадок, коли накладаються дві двовірні періодичних структури не однакової частоти. Припустимо, що  $x_1 = y_1, \xi_1 = \eta_1; x_1 = \theta \xi_1$ . Одержимо такі вирази для залежності частоти муароутворюючих компонентів Фур'є від кута між ними:

$$\omega_{mkl} = \frac{2\pi}{\varepsilon_1} \sqrt{(\theta m + k \sin \varphi - l \sin \varphi)^2 + (\theta n + k \cos \varphi + l \cos \varphi)^2}.$$

Вираз можна перетворити до виду

$$\omega_{mkl} = \omega_0 \sqrt{m^2 + n^2} \sqrt{\theta^2 + p^2 + g^2 + 2\theta \sqrt{p^2 + g^2} \cos(\varphi + \psi)};$$

$$\cos \psi = \frac{p}{p^2 + g^2}; \quad g = \frac{km - nl}{m^2 + n^2}; \quad p = \frac{ml + kn}{m^2 + n^2}.$$

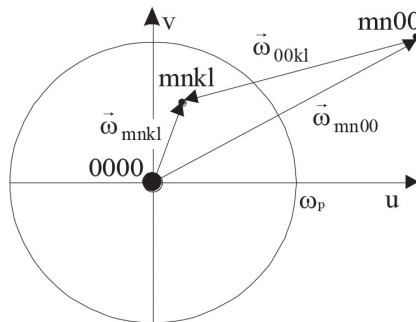


Рис. 5. Приклад знаходження вектора частоти муар утворення за сумою векторів координат спектральних складових двовірних періодичних зображень, що накладаються

За фізичним змістом цей результат виражає додавання двох векторів, один яких є координатою частоти у спектрі першого, а другий — другого растра:

$$\bar{\omega}_{mkl} = \bar{\omega}_{mn00} + \bar{\omega}_{00kl}.$$

Вираз для частоти дуже зручний для аналізу муароутворення (рис. 5). При даних  $m, n, k, l$ , значення  $|\omega_{mkl}|$  досягає мінімуму, якщо  $\cos(\varphi + \psi) = -1$ , при цьому частота муару

$$\omega_{mkl} = \omega_0 \sqrt{m^2 + n^2} (\theta - p - g).$$

Звідси випливає, які частоти потрібно проаналізувати на можливість утворення муару. Значення  $m$  і  $n$  потрібно брати якомога меншими. Отже, достатньо розглянути випадки, коли  $m^2 + n^2$  дорівнює 1 або 2. Припустимо, що  $m=1, n=0$ . Тоді муар утвориться, якщо  $|\theta - p - g| < 1$ , що рівнозначне умові  $|\theta - k - l| < 1$ . Якщо, наприклад,  $\theta = 3$ , то муар утворюючими компонентами будуть  $[0-1\ 3\ 0]$   $[0-1\ 2\ 1]$  та інші частоти вказаного типу. Якщо  $\theta = 3,5$ , то можливе утворення муару на частотах  $[0-1\ 3\ 0]$   $[0-1\ 2\ 1]$   $[0-1\ 4\ 0]$   $[0-1\ 2\ 2]$ . Котра із вказаних частот буде мати домінуюче значення, можуть показати конкретні дослідження інтенсивності цих частот при різних відносних площах растрових елементів.

Розрахунок цих параметрів здійснено за допомогою програмного комплексу MatLab Simulink (The MathWorks, Inc. США). Побудова характеристик здійснюється у відносних одиницях. Щоб спростити розв'язання задачі корекції процесу растрування, застосовано комп'ютерне моделювання. Для цього на основі поданих математичних виразів розроблено імітаційну модель у програмному пакеті Simulink, вікно якої подано на рис. 6. У лівій частині вікна розташована модель процесу розрахунку, подана блоком математичних функцій Fcn для співвідношення частот  $q = w_1/w_2 = 1; 1,3; 1,5$ . Для визначення періодів застосовано блоки ділення Divide і блоки Constant.

### **Знаходження комбінацій растрів без муару для кольорового друку**

Прийнятий метод пошуку комбінацій без муарової комбінації растрів для кольорового друку полягає у простому пошуку всіх допустимих варіантів параметрів у межах допустимих діапазонів. З причин, які будуть пояснені нижче, алгоритм спершу здійснює пошук хороших комбінацій С, М, К растрів і тільки потім для кожного рішення намагається знайти відповідні параметри для растра Y. Ось основні кроки алгоритму:

1. Створення списку «небезпечних» частот у спектрі.

Мета цього кроку полягає у виборі зі списку всіх імпульсів, що генеруються в діапазоні накладання растрів С, М, К відносно невеликої підмножини, яка містить тільки «потенційно небезпечні» імпульси.

2. Сканування параметрів 4D-простору для без муарних комбінацій.

На цьому етапі проходимо через всі комбінації чотирьох параметрів  $\alpha, \beta, q_{МК}, q_{СК}$ , де  $\alpha$  і  $\beta, q_{МК}$  і  $q_{СК}$  — означає відповідно кути відношення і відношення растрових частот пурпурного, чорного і голубого растрових зображень. Розмір кроку повинен бути досить малий, щоб гарантувати, що без муарові зони не виходять через сітку, але не занадто малі, щоб уникнути надмірного часу роботи. Для кожної комбінації параметрів програма працює через список «небезпечних» імпульсів і обчислює

для кожного з них його фактичні координати в спектрі. Якщо який-небудь з імпульсів потрапляє всередину відповідного круга видимості, потік поєднання параметрів відхиляється. Тільки якщо всі небезпечні імпульси виходили за межі кола видимості, поєднання параметрів приймаються і реєструються у файлі, у якому накопичується потенційно хороші комбінації без муару.

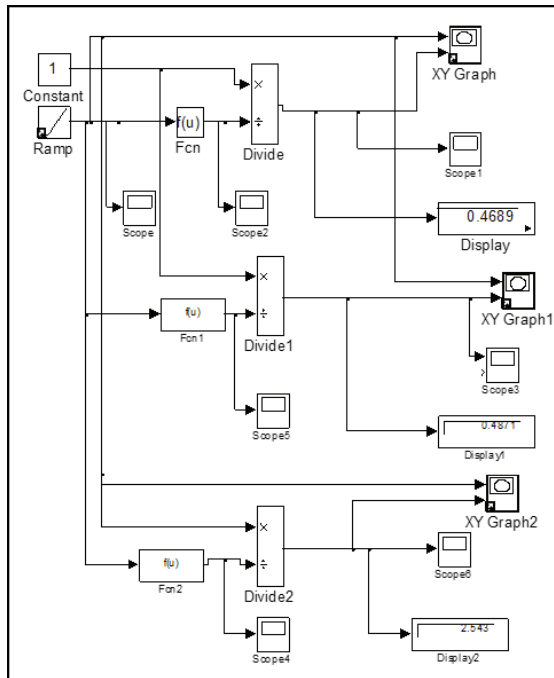


Рис. 6. Вікно моделі розрахунку залежності частоти муар утворюючих складових просторового спектра Фур'є в від кута  $\alpha$  між двома двомірними періодичними растровими структурами в програмі Simulink

3. Після сканування всіх комбінацій чотирьох параметрів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $q_{MK}$ ,  $q_{CK}$  на етапі 2 залишився файл, що містить всі знайдені потенційно хороші комбінації. Як ми бачили вище, ці точки розташовані в без муарних зонах, в просторі параметрів 4D. На цьому етапі ми шукаємо кращих рішень серед цих пунктів відповідно до допусків, які вони пропонують. Потім кожен з кращих знайдених рішень має бути випробуваний при суперпозиції з високою роздільною здатністю для того, щоб усунути випадки з видимими залишковими муарами, які не можуть бути виявлені за допомогою програми (наприклад, більш високі порядки муару).

4. Після того як запропоновані без муарні комбінації для растрів С, М, К були протестовані та перевірені як хороші рішення, подібний підхід намагається знайти і підібрати для кожного з них хороший растр Y. У цьому випадку значення  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $q_{MK}$ ,  $q_{CK}$  вже відомі і змінні параметри кут і відношення частот  $q_{YK}$  растра Y. (Очевидно, що список «небезпечних імпульсів», а також рівняння (3) мають бути реадатовані для випадку чотирьох накладених один на одного растрів).



Причина для виділення растра  $Y$  від інших впливає з двох причин: по-перше, введення четвертого растра з кроками 1–3 значно збільшить кількість муарів, які відбуваються між різними шарами, і зробить практично неможливим знайти хороші комбінації без муару між усіма чотирма шарами одночасно. Як компроміс, необхідно краще спочатку знайти найкращі можливі комбінації без муару для растрів  $C$ ,  $M$ ,  $K$  навіть завдяки кількох сильних муарів з растра по  $Y$  (які в будь-якому випадку набагато менш помітні у зв'язку з природою кольору  $Y$ ). По-друге, виділення растра  $Y$  від інших зменшує від 6 до 4 порядків обсяг сканування в кроці 2. Це значно підвищує продуктивність програми, особливо з погляду часу роботи.

Повернемося тепер більш докладно до кроку 1 і оцінимо кількість імпульсів, що беруть участь при цьому. Оскільки кожен з  $C$ ,  $M$ ,  $K$  растрів вкладає два перпендикулярних імпульси-гребінки до згортки, загальне число імпульсів у згортці, якщо тільки  $N$  імпульсів (гармонік) розглядаються з кожного боку, є  $(2N + 1)$ . Для  $N = 2$  це дає  $56 = 15\ 625$  імпульсів, а для  $N = 3$  число імпульсів стає  $76 = 117\ 649$ . На щастя, однак, фактичне число імпульсів, які будуть розглянуті, можуть бути значно зменшені за допомогою трьох різних міркувань:

- По-перше, відповідно до практичного досвіду, імпульс, породжений гармоніками, вище ніж 2, дуже рідко вносить значний видимий муар. Тому більш ефективно для пошуку оптимальних рішень брати до уваги тільки дві гармоніки, і тільки потім перевірити кожне рішення для можливих муарів високого порядку.
- По-друге, оскільки ми маємо справу тільки з реальними зображеннями, які не мають уявної частини, кожен імпульс у спектрі супроводжує подвійний імпульс однакової амплітуди, що симетрично розташований на іншій стороні спектра походження. Розумний розгляд дає змогу нам залишити в імпульсному списку тільки один імпульс від кожної такої пари і у такий спосіб скоротити вдвічі кількість імпульсів у списку.
- По-третє, навіть після вищезазначених скорочень числа імпульсів більшість з імпульсів, які залишилися у списку, не мають ніякого практичного значення з погляду муару, оскільки вони представляють муари, які занадто слабкі, щоб бути сприйнятими, навіть якщо вони з'являються в низьких частотах (наприклад, такі як всі імпульси порядку 2, що мають більше двох індексів зі значенням  $\pm 2$ ). Після видалення всіх цих незначних імпульсів ми залишимося зі списком всього приблизно 2000 «потенційно небезпечних» імпульсів, тобто імпульсів, які можуть репрезентувати значні муари, коли вони потрапили всередину кола видимості, які повинні бути відхилені. Однак, як ми вже знаємо, навіть ці 2000 імпульсів не всі однаково важливі. Наприклад, муар  $(1,0, -1,0,0,0)$  набагато сильніший, ніж  $(1,2, -2, -1,0,0)$  і, отже, його частота зрізу (тобто частота, за якої він стає невидимим для ока) вища. Насправді, сильний муар все ще може привести до грубої і ясно видимої структури, подібної навіть при дуже малих періодах, де слабкі муари вже повністю зникли. Тому 2000 імпульсів в списку можуть бути розділені на кілька категорій, кожна категорія складається із сімей з аналогічною відносною силою муару. Кожній категорії присвоюється своє коло видимості відповідно до його частоти зрізу.

**Висновки.** Важливою перевагою вищевказаного способу мінімізації муару є те, що через відносну простоту пов'язаних з цим обчислень можна відсканувати повні діапазони допустимих значень чотирьох параметрів. Це забезпечує глобальний, панорамний вигляд на всьому просторі параметрів 4D, зокрема заборонені зони і зони без муару між ними. Зверніть увагу, що всі достатньо великі без муарові зони визначаються цим скануванням; без муарні зони, які «зникають» при скануванні сітки (точки відбору проб в 4D-просторі), неминуче менші, ніж крок сканування, що означає, що їх поля допусків дуже низькі, отож вони не відповідають нашим вимогам в будь-якому випадку. Такі, наприклад, всі особливі муари. Очевидно, що після виявлення важливих без муарних зон програма може бути використана повторно, щоб провести повторну перевірку цікавої зони більш докладно («наближати»).

Результати, отримані цим методом, досить цікаві. Знайдено кілька хороших комбінацій растрів, які в експериментальних випробуваннях дають задовільний, рівномірний зовнішній вигляд без будь-якої очевидної наявності муару або інших тривожних структур (деякі з цих рішень відповідають раніше відомим випадкам).

Привертає увагу те, що кожне рішення насправді є цілим сімейством еквівалентних комбінацій растрів, які можуть бути отримані один від одного різними симетріями і перетвореннями, такими як дзеркальне відображення, обертання, розтягування, кладаючи на кольорові наклейки між трьома растрами тощо.

Допуски, отримані навколо типового хорошого рішення, порядку щонайменше  $\pm 0,5^\circ$  — для кутів  $\alpha$  і  $\beta$  і  $\pm 1\%$  — для періодів растра або частот (ці значення вказані для вузького розміру зон без муару, для більш тривалих напрямків допуски можуть бути ще вищі). Це значно краще значення, ніж величина допуску, необхідна для особливих випадків, наприклад, з традиційно використовуваною комбінацією растрів кутами  $\alpha = \beta = 30^\circ$  і  $q_{МК} = q_{СК} = 1$ , що становить  $\pm 3$  хвилини дуги для кутів (DIN стандарт № 16547). Крім того, для хороших рішень, коли зазначені допуски дещо перевищені, візуальний ефект складається тільки зі слабких, малого періоду муарів, які тільки починають з'являтися, тоді як в особливих без муарових випадках найменші відхилення негайно повертають до нескінченно великого періоду досить небажаного муару. Інакше кажучи, наші рішення є скоріше стійкими без муаровими станами, ніж нестабільними.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Барановський І. В., Яхимович Ю. П. Поліграфічна переробка образотворчої інформації : посіб. Київ-Львів : ІЗМН, 1998. 400 с.
2. Барановський І. В. Растрові фотоформи для трафаретного друку : дис. на здобуття вченого ступеня к. т. н. Львів : УАД, 1984. 209 с.
3. Шовгенюк М. В., Писанчин Н. С., Занько Н. В. Моделювання синтезу кольорів у растровому процесі. Наукові записки [Української академії друкарства]. 2007. № 1. С. 23–40.
4. Amidror I. The Theory of the Moiré Phenomenon by Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Switzerland Peripheral Systems Laboratory, Vol. I: Periodic Layers Second Edition.

5. Amidror I., Hersch Roger D., Ostromoukhov V. Spectral Analysis and Minimization of Moiré Patterns in Colour Separation. *Journal of Electronic Imaging*. 1994. 3 (3). Pp. 295–317.
6. Amidror I. The moiré phenomenon in colour separation, in Raster Imaging and Digital Typography Proc. of the 2nd International Conference on Raster Imaging and Digital Typography, R. A.
7. Oster G. The Science of Moiré Patterns. Edmund Scientific Co., USA (second edition, 1969).
8. Theocaris P. S. Moiré Fringes in Strain Analysis. Pergamon Press, UK, 1969.
9. Takasaki H. Moiré topography. *Applied Optics*. 1970. 9 (6). Pp. 1467–1472.
10. Nishijima Y., Oster G. Moiré patterns: their application to refractive index.
11. Yule J. A. C. Moiré Patterns and Screen Angles, Chap. 13 in Principles of Color Reproduction, Pp. 328–345, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1967.

### REFERENCES

1. Baranovs'kyi, I. V., & Yakhymovych, Yu. P. (1998). Polihrafichna pererobka obrazotvorchoyi informatsiyi. Kyiv-L'viv : IZMN (in Ukrainian).
2. Baranovs'kyi, I. V. (1984). Rastrovi fotoformy dlya trafaretneho druku : dys. na zdobuttya vchenoho stupenya k. t. n. L'viv : UAD (in Ukrainian).
3. Shovhenyuk, M. V., Pysanchyn, N. S., & Zan'ko, N. V. (2007). Modelyuvannya syntezu ko-l'oriv u rastrovomu protsesi: Naukovi zapysky [Ukrainskoi akademii srukarstva], 1, 23–40 (in Ukrainian).
4. Amidror, I. The Theory of the Moiré Phenomenon by Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Switzerland Peripheral Systems Laboratory, Vol. I: Periodic Layers Second Edition (in English).
5. Amidror, I., Hersch, Roger D., & Ostromoukhov, V. (1994). Spectral Analysis and Minimization of Moiré Patterns in Colour Separation: *Journal of Electronic Imaging*, 3 (3), 295–317 (in English).
6. Amidror, I. The moiré phenomenon in colour separation, in Raster Imaging and Digital Typography Proc. of the 2nd International Conference on Raster Imaging and Digital Typography, R. A (in English).
7. Oster, G. (1969). The Science of Moiré Patterns. Edmund Scientific Co., USA (second edition) (in English).
8. Theocaris, P. S. (1969). Moiré Fringes in Strain Analysis. Pergamon Press, UK (in English).
9. Takasaki, H. (1970). Moiré topography: *Applied Optics*, 9 (6), 1467–1472 (in English).
10. Nishijima, Y., & Oster, G. Moiré patterns: their application to refractive index (in English).
11. Yule, J. A. C. (1967). Moiré Patterns and Screen Angles, Chap. 13 in Principles of Color Reproduction, Pp. 328–345, John Wiley & Sons, Inc., New York (in English).

doi: 10.32403/2411-3611-2021-2-40-87-98

### THEORETICAL AND APPLIED ASPECTS OF MOIRE FORMATION IN RASTER PRINTING PROCESS

R. T. Bukhta, I. V. Baranovskyi

---

*Ukrainian Academy of Printing,  
19, Pid Holoskom St., Lviv, 79020, Ukraine  
ihbar@ukr.net*

*The synthesis of a raster color image is accompanied by the formation of moire, a kind of regular periodic pattern of low frequency, which reduces the quality of color, tone and fine detail. The reason for the moire lies in the interaction of structures of high-frequency image sampling, resulting in low-frequency structures that are perceived by sight as a negative effect. Theoretical aspects of moire formation are explained by the superposition of screens, using a spatial spectral model based on Fourier analysis. Analytical calculations are performed, using the MatLab software package.*

**Keywords:** *moire effect, moire minimization, color printing, spatial spectral analysis, Fourier analysis.*

*Стаття надійшла до редакції 30.08.2021.*

*Received 30.08.2021.*